Reliability HotWire
The eMagazine for the Reliability Professional

Reliability HotWire Edição 3, Maio 2005

Conceitos de Confiabilidade

Características da Distribuição Weibull

Nesta edição, nós exploraremos uma distribuição específica que é usada extensivamente na análise de dados de vida - a distribuição Weibull. Com o nome do inventor, Waloddi Weibull, esta distribuição é usada extensivamente em engenharia da confiabilidade, análise de sobrevivência e em outras áreas devido a sua versatilidade e simplicidade.

Uma distribuição é definida matematicamente por sua equação de f.d.p.. Existe outras formas de parametrizar a distribuição Weibull, mas a expressão mais geral da f.d.p. é da distribuição Weibull de três-parâmetros, dada pela expressão:

$$f(T) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{T-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{T-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}$$

Onde:

$$f(T) \geq 0,\ \ T \geq 0 \text{ or } \gamma,\ \ \beta > 0,\ \ \eta > 0,\ \ -\infty < \gamma < \infty$$

e:

- β é o parâmetro de forma, conhecido também como inclinação da distribuição Weibull
- η é o parâmetro de escala
- γ é o parâmetro de posição

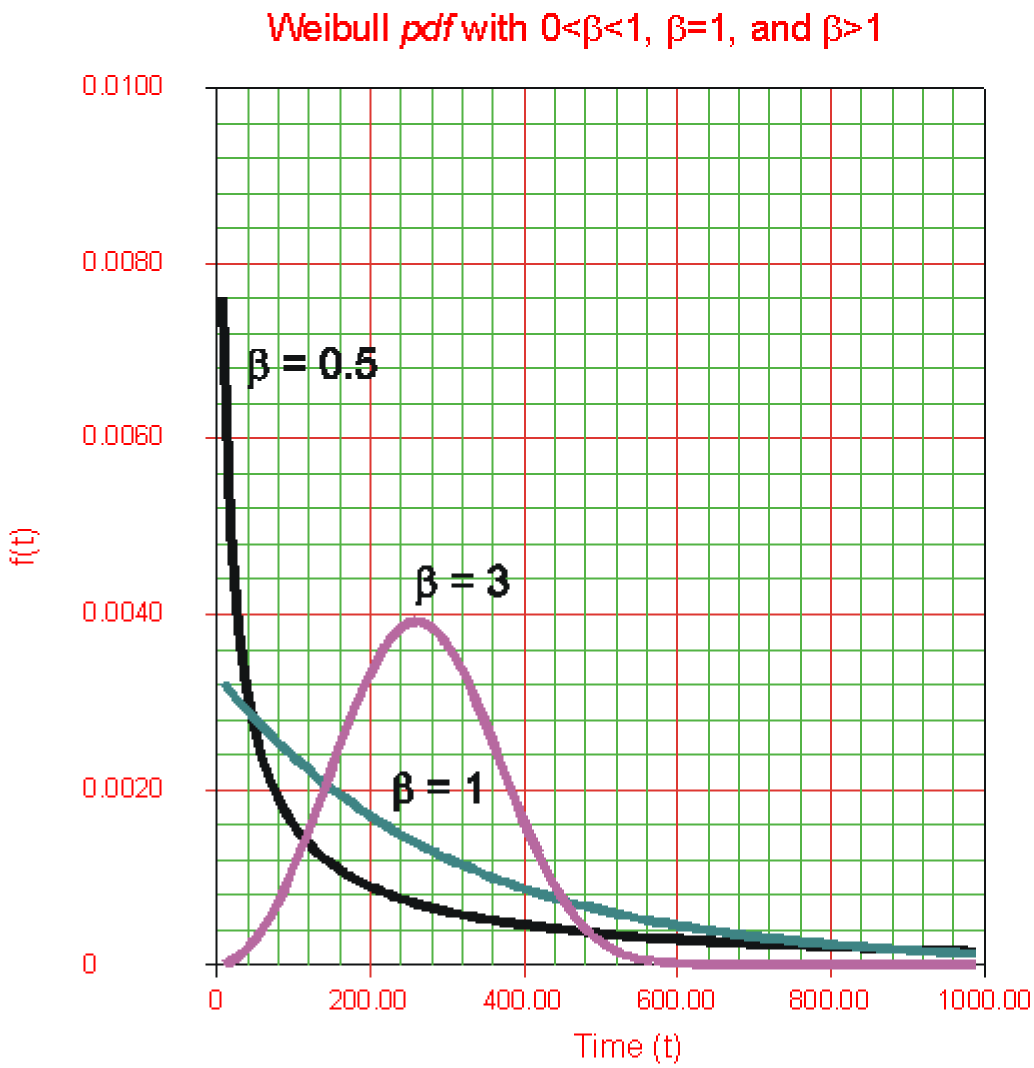
Freqüentemente, o parâmetro de posição não é utilizado, e o seu valor pode ser considerado como zero. Quando temos esse caso, a f.d.p. se reduz para distribuição Weibull de dois-parâmetros. Há também o caso onde podê-se reduzir à distribuição Weibull um-parâmetro. Esta de fato, toma a mesma forma da f.d.p. Weibull de dois-parâmetros, a única diferença é que o valor de β é suposto de antemão. Esta suposição significa que somente o parâmetro de escala precisa ser estimado, possibilitando uma análise com poucos dados. Recomenda-se que ao fazer isso tenha-se uma estimativa muito boa e justificável para β, antes de usar a distribuição Weibull um-parâmetro na análise.

Como foi dito anteriormente, a distribuição Weibull é extensivamente usada em análise de confiabilidade e de dados de vida devido a sua versatilidade. Dependendo dos valores dos parâmetros, a distribuição Weibull pode ser usada para modelar uma variedade de comportamentos que envolva vida. Um aspecto importante da distribuição Weibull é como os valores do parâmetro de forma (β) e de escala(η) afetam a características da distribuição, como a forma da curva da f.d.p., da confiabilidade e da taxa de falhas.

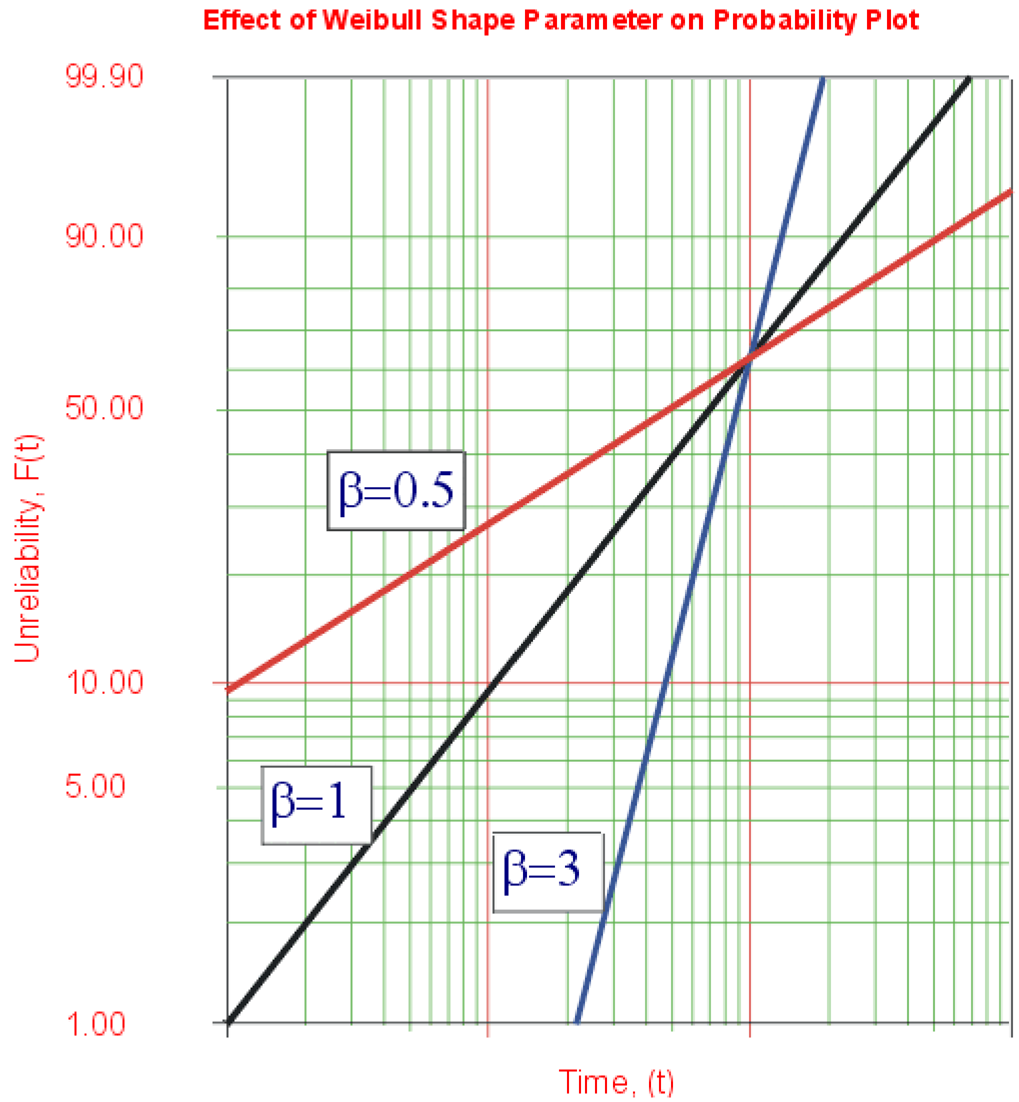
Weibull - Parâmetro de Forma, β

O parâmetro de forma, β, da distribuição Weibull é conhecido também como a inclinação da distribuição Weibull. Isto, porque o valor de β é igual a inclinação da linha em um gráfico de probabilidade. Os diferentes valores do parâmetro de forma, podem indicar efeitos no comportamento da distribuição. De fato, alguns valores do parâmetro de forma farão com que as equações da distribuição reduzam-se à outras distribuições. Por exemplo, quando $\beta=1$, a f.d.p. Weibull de três-parâmetros se reduzirá a distribuição exponencial de dois-parâmetros. O parâmetro β é um número puro, isto é, adimensional.

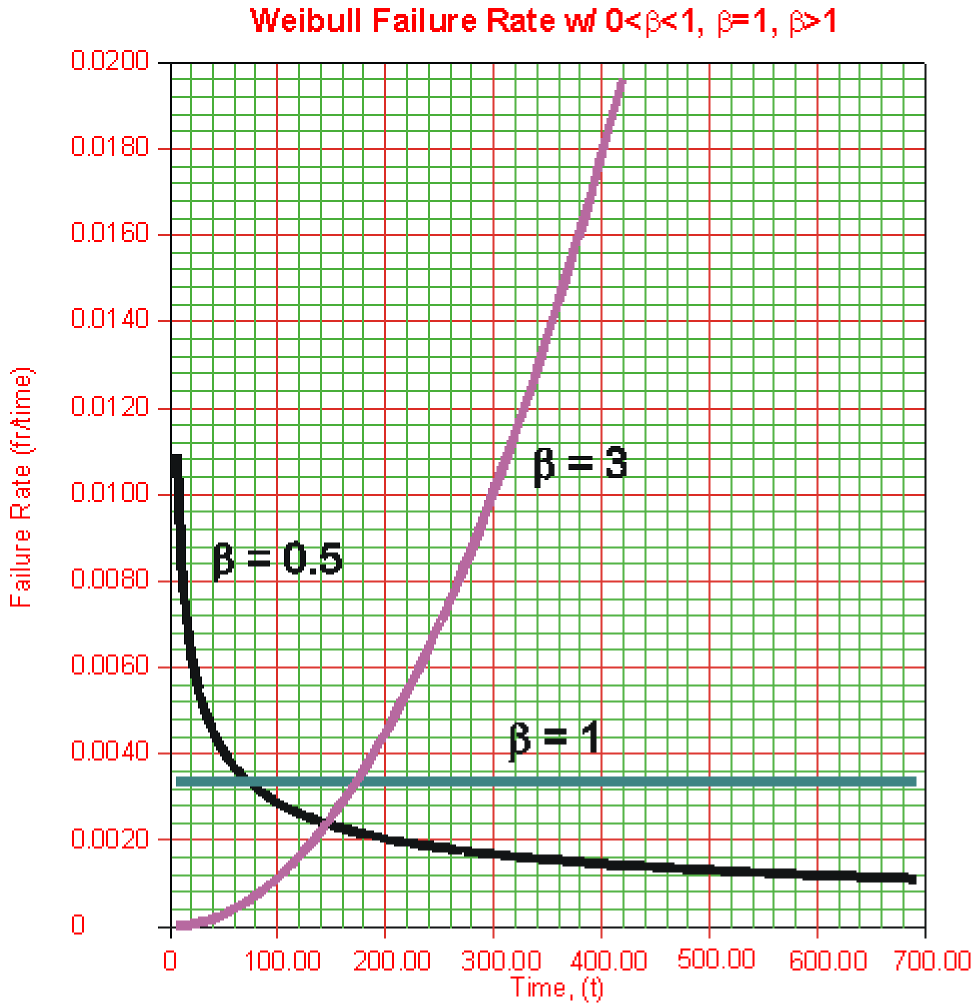
A figura seguinte mostra o efeito dos diferentes valores do parâmetro de forma, β, na forma do pdf (mantendo constante o γ). Pode-se ver que a forma da f.d.p. pode tomar uma variedade de formas baseado no valor de β.



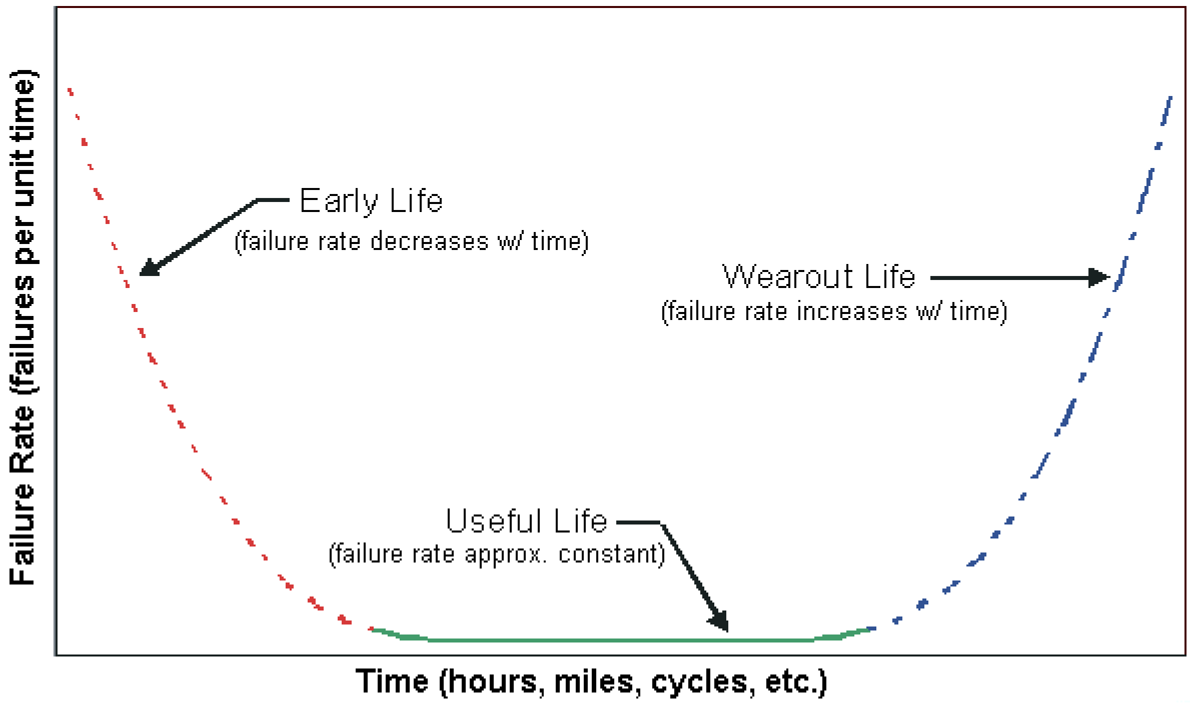
Olhando para mesmas informações no gráfico de probabilidade Weibull, pode-se compreender facilmente porque o parâmetro de forma da Weibull é conhecido também como a inclinação. O seguinte gráfico mostra como a inclinação do gráfico de probabilidade Weibull muda com o β. Note que os modelos representados pelas três linhas têm todos o mesmo valor de η.



Outra característica da distribuição onde o valor de β tem um efeito distinto é a taxa de falha. O gráfico seguinte mostra o efeito do valor de β na taxa de falhas da distribuição Weibull.



Este é um dos aspectos mais importantes do efeito de β na distribuição Weibull. Como é indicado pelo gráfico, as distribuições Weibull com o β<1 têm uma taxa de falha que diminui com tempo, conhecida também como falha infantil ou prematura. As distribuições de Weibull com o β próximo de ou igual a 1 têm uma taxa de falha razoavelmente constante, indicando a vida útil ou de falhas aleatórias. As distribuições de Weibull com o β>1 têm uma taxa de falhas que aumenta com o tempo, conhecido também como falhas de desgaste. Estes betas abrangem as três fases da "clássica curva da banheira". A distribuição Weibull mista com a uma subpopulação com o β<1, uma subpopulação com o β=1 e uma outra com o β>1, teria um gráfico de taxa de falhas que fosse idêntico à curva da banheira. Um exemplo de uma curva da banheira é mostrado na figura seguinte.



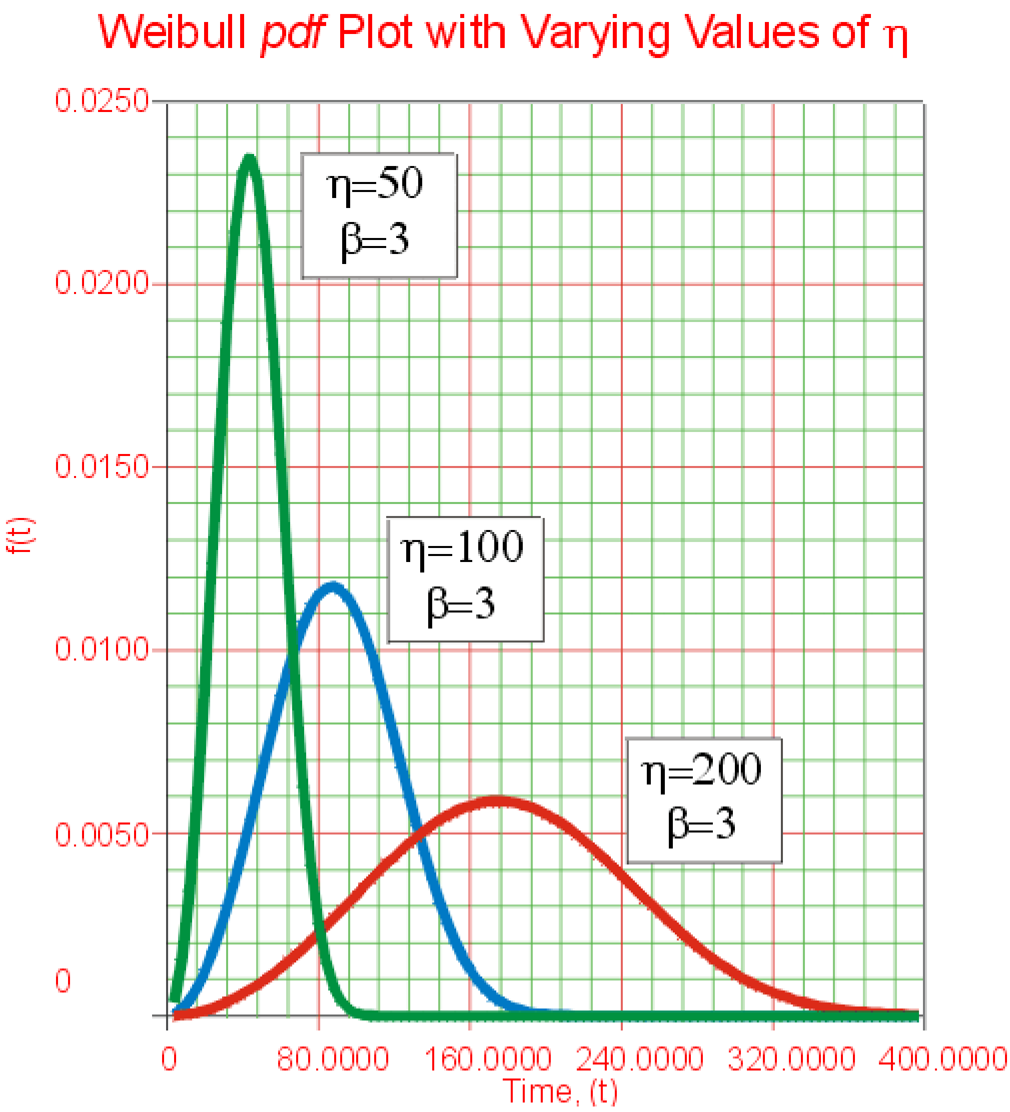
Weibull - Parâmetro de Escala, η

Uma variação no parâmetro da escala, η, tem o mesmo efeito na distribuição que uma mudança de escala na abscissa. Aumentar o valor de η, mantendo constante o β tem o efeito de esticar para fora da f.d.p.. Desde que a área sob uma curva da f.d.p. é um valor constante de um, o "pico" da curva da f.d.p. diminuirá também com o aumento de η, como indicado na seguinte figura.

- Se η é aumentado, enquanto β e γ são mantidos constantes, a distribuição, ou seja a "curva" começa a se estender, esticar para direita e sua altura diminui, ao manter sua forma e posição.

- Se η é diminuído, enquanto β e γ são mantidos constantes, a distribuição começa se estreitar para dentro, para esquerda (isto é para sua origem ou para 0 ou γ), e aumenta sua altura.

- η tem a mesma unidade que T, tal como horas, milhas, ciclos, atuações, etc.



Cálculos Importantes com a Distribuição Weibull

A função densidade de probabilidade pode ser utilizada para se chegar a cálculos comumente usados em confiabilidade, tal como a função de confiabilidade, a taxa de falhas, a mediana e o número médio de falhas. As equações para estas funções da distribuição Weibull são apresentadas na logo abaixo, sem complicadas derivadas para uma causa mais breve e de simplicidade. Note que no final desta página nós assumimos uma forma mais geral da distribuição Weibull, a forma de três-parâmetros. As substituições apropriadas para obter as outras formas, tais como a forma de dois-parâmetros onde γ=0, ou a forma de um-parâmetro onde β é uma constante, podem facilmente ser calculadas.

A função de Confiabilidade da distribuição Weibull é dada por:

$$R(T) = e^{-\left(\frac{T-\gamma}{\eta}\right)^{\beta}}$$

A função Taxa de Falha da distribuição Weibull por:

$$\lambda(T) = \frac{f(T)}{R(T)} = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{T-\gamma}{\eta}\right)^{\beta-1}$$

O tempo média de vida, ou MTTF, é dado por:

$$\overline{T} = \gamma + \eta \cdot \Gamma\left(\frac{1}{\beta}+1\right)$$

onde $\Gamma(*)$ é a função Gamma. A função Gamma é definida por:

$$\Gamma(n) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{n-1} dx$$

E por fim, a equação para vida mediana, ou vida B_{50}, da distribuição Weibull é dado por:

$$\breve{T} = \gamma + \eta\,(\ln 2)^{\frac{1}{\beta}}$$